

第一宇宙速度計算ワークシート

(中学数学レベル)

●ねえ、「第一宇宙速度」って聞いたことある？



キミたちは、「第一宇宙速度」って聞いたことある？

うーん…なんか宇宙っぽいけど、、、
正直、よくわかりません、、、



人工衛星が地球のまわりを回るために必要な
スピードのことだよ。秒速7.9キロメートル。

えっ！？そんなに速いんですか！？
それより遅いとどうなるんですか？



地球に落ちてきてしまう。でも、この速度なら、
重力に引かれても、落ちずに回り続けられるんだ。

なるほど～！遠心力でバランスを取っ
ているような感じですね！



その通り。
高校の物理、特に“力学”で学ぶ内容だよ。

ちょっと難しそうだけど…自分で計算
できたら、めっちゃかっこいいかも！



■ここで使用する法則・公式・考え方など：

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単元を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

(はじめに)

ねえ、「第一宇宙速度」って聞いたことある？

これはね、人工衛星が地球のまわりをぐるぐる回るために必要なスピードのことなんだ。

たとえば、ロケットで人工衛星を宇宙に打ち上げたとき、このスピードに達していないと、地球に落ちてきちゃう。

でも、ちょうどこのスピードで飛んでいると、地球の重力に引っ張られながらも、落ちずにずっと地球のまわりを回り続けられるんだよ。

この「第一宇宙速度」っていうのは、高校の物理の授業で出てくるんだ。

特に「力学(りきがく)」っていう分野で、万有引力(ばんゆういんりょく)とか、円運動(えんうんどう)、エネルギーの保存(ほぞん)なんかを学ぶときに出てくるよ。

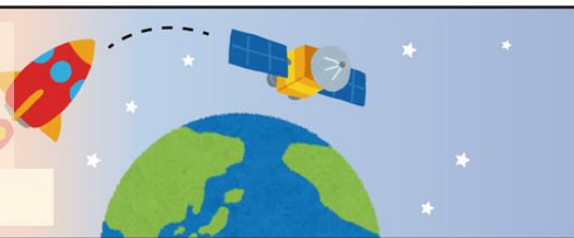
ちょっと難しそうに聞こえるかもしれないけど、いろんな知識を組み合わせ、「どうしてこのスピードが必要なのか？」っていうのを自分で計算できるようになるんだ。

今回は、中学校までに習った数学と理科を使って、「第一宇宙速度」を一緒にみちびきだしてみよう！

第一宇宙速度計算ワークシート

目的

地球の表面からロケットを打ち上げたとき、地球の重力に引き戻されずに【地球の周りを回り続けるための最小の速さ(第一宇宙速度)】を計算してみよう！



POINT1:第一宇宙速度とは？

第一宇宙速度は、地球の表面近くを衛星が円軌道で回るために必要な速さのこと。
衛星が地球の重力に引っ張られつつも、遠心力でバランスをとって落ちずに回り続ける速さです。



POINT2:必要な概念・公式

- ・重力
→地球が衛星を引っ張る力
- ・遠心力
→円運動している物体が、外側に飛び出そうとする力
- ・ $F=ma$
→力=質量×加速度

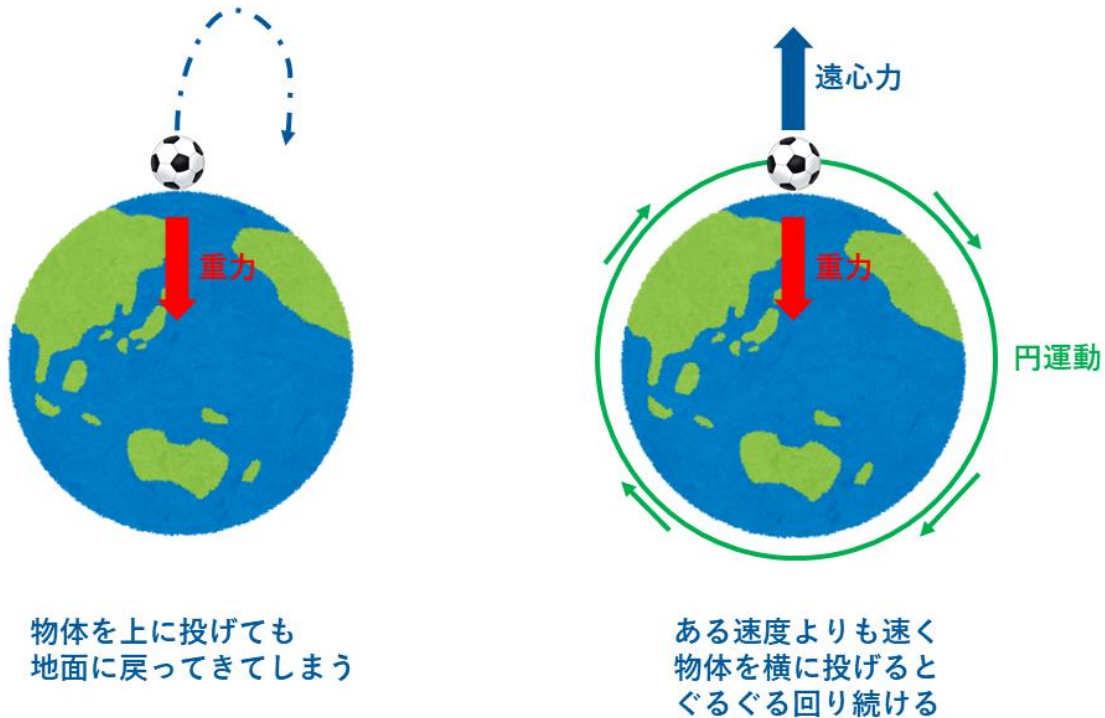


■ここで使用する法則・公式・考え方など：

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単元を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

1. 第一宇宙速度とは？

第一宇宙速度とは、人工衛星が地球の表面近くを円軌道で安定して回り続けるために必要な速度のことです。この速度に達すると、地球の重力によって引き寄せられながらも、遠心力によって釣り合いが取れ、衛星は地球に落下せずに軌道上を回り続けることができます。



2. 第一宇宙速度を理解するために必要な物理の概念

・重力 【中学理科の範囲】

地球が衛星を引き寄せる力。物体の質量、地球の質量、そして両者の距離によって決まります。
万有引力の法則に基づいて計算されます。

・遠心力 【高校物理の範囲】

円運動をしている物体が外側に飛び出そうとする見かけの力です。
速度が速いほど遠心力は大きくなります。

・円運動 【高校物理の範囲】

衛星が地球の周囲を円形に運動する際には、中心(地球の中心)に向かう力が必要です。
この力が重力に相当します。

・運動方程式(ニュートンの第二法則) 【高校物理の範囲】

物体に働く力は、質量[kg]に加速度[m/s²]をかけたもので表されます。

$$\text{式: } F = m \cdot a \quad (\text{力}[\text{N}] = \text{質量}[\text{kg}] \times \text{加速度}[\text{m/s}^2])$$

■ここで使用する法則・公式・考え方など:

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単元を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

今回、出てくる単語は、高校生の物理の分野で初めて出てくるものがあります。
ですが、計算に用いるのは、中学校まで習った数学で十分なんです。

これらの概念を組み合わせることで、第一宇宙速度の理論的な導出が可能になります。

3:「第一宇宙速度」の導出の手順

それでは、一緒に「第一宇宙速度」を導き出していきましょう。

●STEP1:基本の考え方

人工衛星が地球のまわりを円軌道で回するには、**地球の重力**と**遠心力**がちょうど釣り合っている必要があります。つまり、

$$\text{重力の大きさ} = \boxed{\text{遠心力}} \text{の大きさ}$$

この関係を使って、人工衛星が落ちずに回り続けるための「ちょうどいい速さ」つまり**第一宇宙速度**を求めることができます。

●STEP2:数式を使って解こう！

それでは、「重力の大きさ」と「遠心力の大きさ」を数式で表してみましょう。

ここでは、高校物理で習う「万有引力の法則」と「円運動の式」を使います。

ここは、高校物理の範囲なので、以下の式であらわされるところまでをこちらで示します。

この等式を解いていきましょう。

【重力の大きさ(万有引力の法則)】

$$F_{\text{重力}} = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

G : 重力定数
M : 地球の質量
m : 衛星の質量
r : 地球の半径

■ここで使用する法則・公式・考え方など:

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単元を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

【遠心力の大きさ(円運動の式)】

$$F_{\text{遠心力}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

m : 衛星の質量
 r : 地球の半径
 v : 衛星の速度

この速度を求めたい
 (v に対して)

これらが釣り合うということは・・・

$$F_{\text{重力}} = F_{\text{遠心力}}$$

が成立するという事です。

ここに、先ほどの【重力の大きさ】と【遠心力の大きさ】の定義を代入すると・・・

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

ここで、両辺に共通する m を消して整理すると・・・

$$\frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^2} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{r}$$

$$\frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

■ここで使用する法則・公式・考え方など：

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単元を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

両辺に r をかけて式をわかりやすくすると...

$$r \cdot \frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \cdot r$$

$$\cancel{r} \cdot \frac{G \cdot M}{\cancel{r^2}} = \frac{v^2}{\cancel{r}} \cdot \cancel{r}$$

$$\frac{G \cdot M}{r} = v^2$$

求めたい第一宇宙速度は、ここでは【 v :衛星の速度】に相当します。

$v =$ の形に整理するためには、平方根の形に整理してやる必要があります。

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

これが、第一宇宙速度を求めるための式です。

●STEP3:数値を実際に代入してみよう！

これまでに導いた式から、第一宇宙速度は「重力定数 G 」、「地球の質量 M 」、「地球の半径 r 」の3つの値を使って求められることがわかりましたね。

まず、式に登場した G は「重力定数」または「万有引力定数」と呼ばれています。
この値はとても小さくて、

$$G = 6.67 \times 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2]$$

という単位で表されます。

これは定数なので、今回は「そういうものなんだな」と思っておけばOKです。

■ここで使用する法則・公式・考え方など:

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単位を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

次に使うのは、地球の質量と地球の半径です。

地球の質量：

$$M = 5.97 \times 10^{24} \text{ [kg]}$$

地球の半径：

$$r = 6.37 \times 10^6 \text{ [m]}$$

これらを実際に代入すると…

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24}}{6.37 \times 10^6}} \\ &= \sqrt{62511616.95} \end{aligned}$$

平方根を解いてみると(ここはスマホの計算機アプリや関数電卓などを使ってみてください。)

$$v \doteq 7906.43 \text{ [m/s]} = 7.9 \text{ [km/s]}$$

これで、第一宇宙速度はおよそ「秒速7.9キロメートル」ということがわかりますね。

■ここで使用する法則・公式・考え方など：

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単元を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

 EXTRA:

このように、第一宇宙速度は地球の性質(質量と半径)によって決まる速度なんです。
つまり、地球だからこの速度になるのであって、もし他の星だったら、その星の質量や半径に応じて、それぞれの第一宇宙速度が計算できるということです。

4:まとめ

- 第一宇宙速度は、地球の重力と **遠心力** が釣り合う速度。
- 中学生までに習った範疇を使って、力の釣り合いと円運動の式を使えばこの導出の一連の流れを理解できます。
- 実際の値は 秒速 7.9 キロメートル。
➡とても速いけれど、これが地球のまわりを回るための「ちょうどいいスピード」なんです。

■ここで使用する法則・公式・考え方など:

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単位を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

 EXTRA MISSION:

・ここまでの考え方が理解出来た方は、以下の計算にもチャレンジしてみましょう！

EXTRA MISSION1 :月の第一宇宙速度を求める。

EXTRA MISSION2 :地球の上空 500km を周回する人工衛星はどれだけの速度が必要か？

EXTRA MISSION3 :静止軌道にいる人工衛星はどれだけの速度が必要か？

■ここで使用する法則・公式・考え方など:

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単位を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。

(回答編)

 EXTRA1:月の第一宇宙速度を求める

- ・月の質量($M = 7.35 \times 10^{22}$ [kg])と半径($r = 1.74 \times 10^6$ [m])を使って計算すると、月の第一宇宙速度は:

 約 1.68 km/s

地球よりもずっと遅いですね。これは、月の重力が地球より弱いからです。

 EXTRA2:地球の上空 500km を周回する人工衛星の速度

- ・地球の半径に 500km の高度を加えた距離(6.87×10^6 [m])で計算すると、必要な速度は:

 約 7.61 km/s

地表近く(7.91 km/s)より少し遅くなります。
これは、地球から離れるほど重力が弱くなるからです。

 EXTRA3 静止軌道の高さにある衛星の速度

- ・ 静止軌道の半径(地球の中心からの距離が 36,000 km):
 $r = \text{約 } 42,370 \text{ [km]} = 42.4 \times 10^6 \text{ [m]}$
- ・ 地球の質量:

$$M = 5.97 \times 10^{24} \text{ [kg]}$$

このとき、必要な速度(静止軌道での速度)は:

 約 3.07 km/s **ポイント**

- ・ 地表近くの第一宇宙速度(約 7.91 km/s)よりかなり遅い。
- ・ 高度が高くなると、重力が弱くなるため、必要な速度も小さくなる。
- ・ ただし、軌道が高くなると 1 周にかかる時間も長くなるため、ちょうど 24 時間で 1 周するこの高さが「静止軌道」として人工衛星として使い道がある軌道なのです。

■ここで使用する法則・公式・考え方など:

- ・重力とは何か、運動と力、加速度、運動の法則、遠心力とは何か【理科・中学一年生】で習う単位を使用します。
- ・「第一宇宙速度」「運動方程式」は高校の物理で学習しますが、全員が学習するとは限りません。
- ・今回は、中学で習う数学を用いて「第一宇宙速度」を一緒に導出していきましょう。